令和２年度センター試験　数学Ⅰ・数学Ａ

第１問〔3〕

c を定数とする。2 次関数$y = x^2$ のグラフを，2 点（c，0），（c+4，0）を通るように平行移動して得られるグラフを $G : y = x^2 - 2(c+2)x + c(c+4)$ とする。

(2)　2 ≦ c ≦ 3 の場合を考える。G が点（3，－1）を通るとき，G は 2 次関数$y = x^2$ のグラフを x 軸方向に$\boxed{\text{ネ}} + \sqrt{\boxed{\text{ノ}}}$，$y$ 軸方向に$\boxed{\text{ハヒ}}$だけ平行移動したものである。また，このとき G と y 軸との交点の y 座標は$\boxed{\text{フ}} + \boxed{\text{ヘ}}\sqrt{\boxed{\text{ホ}}}$である。

【解答】$\boxed{\text{ネ}} + \sqrt{\boxed{\text{ノ}}}$ ：$3 + \sqrt{3}$，$\boxed{\text{ハヒ}}$ ：-4，

$\boxed{\text{フ}} + \boxed{\text{ヘ}}\sqrt{\boxed{\text{ホ}}}$ ：$8 + 6\sqrt{3}$

関数電卓を用いない解法

G が点（3，－1）を通るので，G の式に代入し整理すると，

$$-1 = c^2 - 2c - 3$$
$$c^2 - 2c - 2 = 0$$

これを解くと，2 ≦ c ≦ 3 より，$c = 1 + \sqrt{3}$ である。

このとき

$$G: y = x^2 - 2\left(3+\sqrt{3}\right)x + 8 + 6\sqrt{3} \cdots ①$$
$$= \left\{x - \left(3+\sqrt{3}\right)\right\}^2 - 4$$

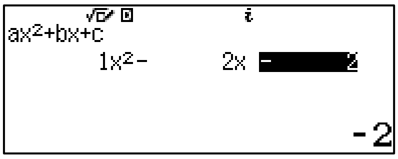
なので，$y = x^2$のグラフを x 軸方向に$3 + \sqrt{3}$，y 軸方向に－4 平行移動したものである。

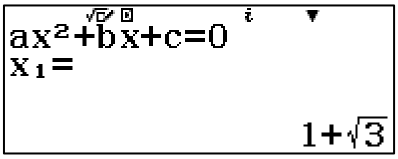
また，このときの G と y 軸との交点の y 座標は，①より，$8 + 6\sqrt{3}$ である。

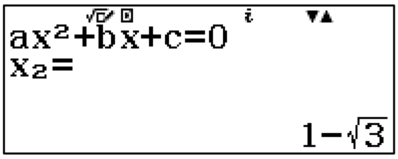
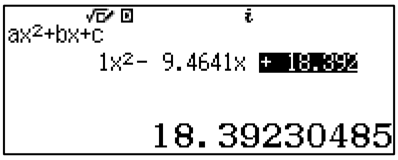
関数電卓を用いた解法

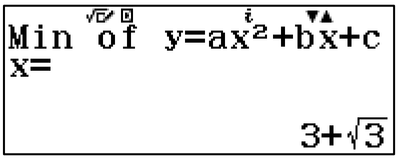
高次方程式…次数が 2 から 4 までの方程式の解を求める機能（取扱説明書 pp.34-35）

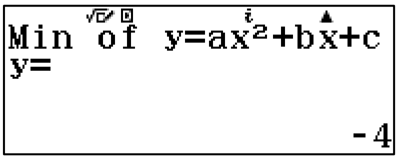
操作方法	画面
・G の式に x=3，y=－1 を代入し整理するまでは手計算にておこなう。	
【操作 1】$c^2 - 2c - 2 = 0$ を解く。 メニューから，「A：方程式／関数　計算」モードを選択し，「２：高次方程式」を選択。そして，次数 2 を入力する。	Polynomial Degree? Select 2~4

<table>
<tr>
<td>【操作 2】2 次方程式の解を求めるため，各係数と定数項を以下のように入力する。問題文では c の 2 次方程式だが，関数電卓では x の 2 次方程式として扱う。
$\boxed{1}\boxed{=}\boxed{-}\boxed{2}\boxed{=}\boxed{-}\boxed{2}\boxed{=}$
そして，$\boxed{=}$を押下すると，「$x_1 = 1 + \sqrt{3}$」が表示される。さらに$\boxed{=}$を押下すると，「$x_2 = 1 - \sqrt{3}$」が表示される。
$2 \leqq c \leqq 3$ より，$c = 1 + \sqrt{3}$ である。</td>
<td>




</td>
</tr>
<tr>
<td>・【操作 2】より得られた c の値をもとに，曲線 G の頂点の座標を求める。$c = 1 + \sqrt{3}$ を代入し，①式を求めるまでは手計算にておこなう。</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>【操作 3】$y = x^2 - 2\left(3 + \sqrt{3}\right)x + 8 + 6\sqrt{3}$ の頂点の座標を求める。【操作 1】と同様に，「A：方程式／関数　計算」モードを選択し，「2：高次方程式」を選択。そして，次数 2 を入力する。その後，以下のように入力する。
$\boxed{1}\boxed{=}\boxed{-}\boxed{2}\boxed{(}\boxed{3}\boxed{+}\boxed{\sqrt{\blacksquare}}\boxed{3}\boxed{)}\boxed{=}\boxed{8}\boxed{+}\boxed{6}\boxed{\sqrt{\blacksquare}}\boxed{3}\boxed{=}$
そして，$\boxed{=}$を 3 回押下すると，頂点の x 座標である「$3 + \sqrt{3}$」が表示される。さらに$\boxed{=}$を押下すると頂点の y 座標である「-4」が表示される。</td>
<td>




</td>
</tr>
</table>

<u>関数電卓を用いた解法の解説</u>

関数電卓で高次方程式を解く際には，文字が x に固定されてしまう。また，【操作 3】で求めた放物線の頂点の座標について，下に凸の放物線の極値をとる x の値と極小値が，それぞれ放物線の頂点の x 座標，y 座標にあてはまることを用いた。

※ 本稿ではエミュレーターを使用しているため，表中の画面は英語表示になっているが，実際の関数電卓では日本語表示になる。